

Corrigé exercice 99 :

1. Les faces $ABCD$ et $EFGH$ étant parallèles, les plans (EFG) et (BCD) sont également parallèles. Le plan (LMD) coupe donc ces deux plans selon deux droites parallèles. On en déduit que (LM) et (BD) sont parallèles.
2. Dans le repère $(A; \vec{AI}, \vec{AJ}, \vec{AK})$, les coordonnées du point E sont $(0; 0; 6)$ et celles du point F sont $(6; 0; 6)$. On en déduit que le vecteur \vec{FE} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Puisque $\vec{FL} = \frac{2}{3}\vec{FE}$, les coordonnées de L sont bien $(2; 0; 6)$.
3. (a) Le vecteur \vec{BL} de coordonnées $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (BL) et $B \in (BL)$
donc une représentation paramétrique de la droite (BL) est
$$\begin{cases} x = -4t + 6 \\ y = 0 \\ z = 6t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

(b) Par construction, le point S appartient à la fois à la droite (BL) et à la droite (AE) . Puisque $S \in (AE)$, alors on sait que $x_S = 0$ et $y_S = 0$. Il reste à déterminer z_S . En utilisant la représentation paramétrique de la droite (BL) de la question précédente, on en déduit que, pour le point S , le paramètre doit respecter l'équation $-4t + 6 = 0$ soit $t = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Par conséquent $z_S = 6t = 9$. Les coordonnées de S sont donc $(0; 0; 9)$.