Bac Blanc 1 Maths

Terminale Spé maths

EXERCICE 1 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes,une seule des quatre réponses proposées est exacte.Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.Aucune justification n'est demandée.

1. La suite (q^n) n'admet pas de limite si :

   Réponse A : $-1 < q < 1$; **Réponse B :** $q \leq 1$;
   Réponse C : $q < 0$; **Réponse D :** $q \leq -1$.

2. La propostion exacte est :

   Réponse A : Toute suite décroissante tend vers $-\infty$; **Réponse B :** Toute suite non monotone diverge ;
   Réponse C : Toute suite géométrique de raison strictement négative diverge ; **Réponse D :** Toute suite croissante est minorée.

3. La suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = -5 \times \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$:

   Réponse A : tend vers 0 ; **Réponse B :** n'a pas de limite ;
   Réponse C : tend vers $-\infty$; **Réponse D :** tend vers -5.

4. La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 1 + 2 \times (-0.7)^n$:

   Réponse A : tend vers 3 ; **Réponse B :** tend vers 1 ;
   Réponse C : tend vers $-\infty$; **Réponse D :** tend vers 0.

EXERCICE 2 6 points

Partie I

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x - \mathrm{e}^{-2x}.$$

On appelle Γ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$, dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
4. Déduire des questions précédentes le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie II

Dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j}\right)$, on appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \mathrm{e}^{-x}.$$

La courbes $\mathcal{C}$ et la courbe Γ (qui représente la fonction f de la Partie I) sont tracées sur le **graphique donné en annexe qui est à compléter et à rendre avec la copie.**

Le but de cette partie est de déterminer le point de la courbe $\mathcal{C}$ le plus proche de l'origine O du repère et d'étudier la tangente à $\mathcal{C}$ en ce point.

1. Pour tout nombre réel t, on note M le point de coordonnées $(t\ ;\ \mathrm{e}^{-t})$ de la courbe $\mathcal{C}$.
   On considère la fonction h qui, au nombre réel t, associe la distance $\mathrm{O}M$.
   On a donc : $h(t) = \mathrm{O}M$, c'est-à-dire :

$$h(t) = \sqrt{t^2 + \mathrm{e}^{-2t}}$$

   (a) Montrer que, pour tout nombre réel t,

$$h'(t) = \frac{f(t)}{\sqrt{t^2 + \mathrm{e}^{-2t}}}.$$

   où f désigne la fonction étudiée dans la **Partie I**.

   (b) Démontrer que le point A de coordonnées $(\alpha\ ;\ \mathrm{e}^{-\alpha})$ est le point de la courbe $\mathcal{C}$ pour lequel la longueur $\mathrm{O}M$ est minimale.
   Placer ce point sur le **graphique donné en annexe, à rendre avec la copie**.

2. On appelle T la tangente en A à la courbe $\mathcal{C}$.

   (a) Exprimer en fonction de α le coefficient directeur de la tangente T.
   On rappelle que le coefficient directeur de la droite (OA) est égal à $\dfrac{\mathrm{e}^{-\alpha}}{\alpha}$.
   On rappelle également le résultat suivant qui pourra être utilisé sans démonstration :
   Dans un repère orthonormé du plan, deux droites D et D' de coefficients directeurs respectifs m et m' sont perpendiculaires si, et seulement si le produit mm' est égal à -1.

   (b) En utilisant $f(\alpha) = 0$, démontrer que la droite (OA) et la tangente T sont perpendiculaires.
   Tracer ces droites sur le **graphique donné en annexe, à rendre avec la copie.**

Annexe à compléter et à rendre avec la copie