**Exo 27 p177**

Dans cet exercice, les limites peuvent être indéterminées, on factorise par la plus grande puissance de $x$

1. Pour tout $x \neq 0, f(x) = x^2(1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2})$
   Or $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$
   $\lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x} = 0$
   Et $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$
   Par somme : $\lim_{x \to +\infty} 1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 1$
   Par produit : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

   De même on a $\lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$
   et $\lim_{x \to -\infty} 1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 1$
   Donc, par produit : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

2. Pour tout $x \neq 0, g(x) = -x^5(1 - \frac{10}{x} - \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4})$ Or :
   $\lim_{x \to +\infty} \frac{10}{x} = 0$
   $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^3} = 0$
   $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^4} = 0$
   Donc par somme $\lim_{x \to +\infty} (1 - \frac{10}{x} - \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4}) = 1$ et
   $\lim_{x \to +\infty} -x^5 = -\infty$
   Donc par produit $\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

   De même :
   $\lim_{x \to -\infty} \frac{10}{x} = 0$
   $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^3} = 0$
   $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^4} = 0$
   Donc par somme $\lim_{x \to -\infty} (1 - \frac{10}{x} - \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4}) = 1$ et
   $\lim_{x \to -\infty} -x^5 = +\infty$
   Donc par produit $\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

3. Pour tout $x \neq 0, h(x) = \dfrac{x^2(1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2})}{x(1 + \frac{1}{x})} = \dfrac{x(1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2})}{1 + \frac{1}{x}}$

   Décomposons chaque terme pour étudier la limite.
   $\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} 1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = 1$
   donc, par produit le numérateur tend vers $+\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} 1 + \frac{1}{x} = 1$
   Par quotient, $\lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$, les autres limites sont les mêmes en $-\infty$ qu'en $+\infty$
Donc, par quotient, $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=-\infty$

4. Pour tout $x\neq 0; k(x)=\dfrac{x^2(3-\frac{1}{x^2})}{x^2(1-\frac{2}{x^2})}=\dfrac{3-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{2}{x^2}}$

   $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x^2}=0$

   Donc par somme : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{2}{x^2}}=3$

   Soit $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)=3$

   On obtient le même résultat en $-\infty$.

**Exo 28 p177**

1. Pour tout $x\neq 0, f(x)=x^4(3-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{5}{x^3}+\dfrac{1}{x^4})$

   $\lim\limits_{x\to+\infty} x^4=+\infty$

   Chaque terme $\dfrac{a}{x^n}$ tend vers 0 en $\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x\to+\infty} 3-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{5}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}=3$
   Par produit $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

   On obtient le même résultat en $-\infty$.

2. Pour tout $x\neq 0, g(x)=\dfrac{-x^3(1-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3})}{x(2+\frac{1}{x})}=\dfrac{-x^2(1-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3})}{2+\frac{1}{x}}$

   Par somme, $\lim\limits_{x\to+\infty} 1-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}=1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 2+\dfrac{1}{x}=2$.
   De plus $\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2=-\infty$
   Par produit $\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2(1-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3})=-\infty$
   et par quotient $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

   On obtient le même résultat en $-\infty$.

3. Pour tout $x\neq 0, h(x)=\dfrac{x^2(4-\frac{3}{x^2})}{x^7(1-\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}+\frac{2}{x^6}-\frac{3}{x^7})}=\dfrac{4-\frac{3}{x^2}}{x^5(1-\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}+\frac{2}{x^6}-\frac{3}{x^7})}$

   On a $\lim\limits_{x\to+\infty} 4-\dfrac{3}{x^2}=4$

   $\lim\limits_{x\to+\infty} x^5=+\infty$
   et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1-\dfrac{5}{x^3}+\dfrac{1}{x^5}+\dfrac{2}{x^6}-\dfrac{3}{x^7}=1$

   Par produit $\lim\limits_{x\to+\infty} x^5(1-\dfrac{5}{x^3}+\dfrac{1}{x^5}+\dfrac{2}{x^6}-\dfrac{3}{x^7})=+\infty$

Par quotient

$\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = 0$

On obtient le même résultat en $-\infty$.

4. Pour tout $x \neq 0, k(x) = \dfrac{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})}{x^2(5 + \frac{2}{x^2})} = \dfrac{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{5 + \frac{2}{x^2}}$

   On a

   $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 1$ et

   $\lim\limits_{x \to +\infty} 5 + \dfrac{2}{x^2} = 5$

   Donc, par quotient

   $\lim\limits_{x \to +\infty} k(x) = \dfrac{1}{5}$

   On obtient le même résultat en $-\infty$.