

Exo 38 p178

1. $f(x) > 10^4 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 10^4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 10^4 > 0$.

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-10^4) = 40004.$$

Ce trinôme du second degré admet donc deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{40004}}{2} = 1 - \sqrt{10001}$$

et

$$x_2 = \frac{2 + \sqrt{40004}}{2} = 1 + \sqrt{10001}$$

De plus, un trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a sauf entre ses racines, si elles existent.

D'où, en posant $m = 1 + \sqrt{10001}$, on a bien que si $x > m$ alors $f(x) > 10^4$.

2. De même, $f(x) > 10^{32} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 10^{32} > 0$. Le discriminant de cette expression vaut

$\Delta = 4(1 + 10^{32})$, le trinôme admet donc deux racines réelles :

$$x_1 = 1 - \sqrt{1 + 10^{32}}$$

et

$$x_2 = 1 + \sqrt{1 + 10^{32}}$$

D'où, en posant $m = 1 + \sqrt{1 + 10^{32}}$, on a bien que si $x > m$ alors $f(x) > 10^{32}$.

3. D'après les questions précédentes, on peut conjecturer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.