Corrigé exercice 45 :

Rappel de cours : Soit a et b deux réels, a non nul. Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = k\mathrm{e}^{ax} - \frac{b}{a}$, avec k une constante réelle.

1. $2y' - y = 2 \Leftrightarrow 2y' = y + 2 \Leftrightarrow y' = \frac{1}{2}y + 1$, on est donc dans le cas où $a = \frac{1}{2}$ et $b = 1$. Donc les solutions de $2y' - y = 2$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = k\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 2$, où k est un réel.
2. $\sqrt{2}y' = \sqrt{6}y - 1 \Leftrightarrow y' = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow y' = \sqrt{3}y - \frac{1}{\sqrt{2}}$, on est donc dans le cas où $a = \sqrt{3}$ et $b = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Donc les solutions de $\sqrt{2}y' = \sqrt{6}y - 1$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = k\mathrm{e}^{\sqrt{3}x} + \frac{\sqrt{6}}{6}$, où k est un réel.

Corrigé exercice 46 :

1. $2y' + 3y = 3y' - 2y + 3 \Leftrightarrow y' = 5y - 3$, on est donc dans le cas où $a = 5$ et $b = -3$. Donc les solutions de $2y' + 3y = 3y' - 2y + 3$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = k\mathrm{e}^{5x} + \frac{3}{5}$, où k est un réel. On détermine k tel que $F\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{2}{5} \Leftrightarrow k\mathrm{e}^{5\times\frac{1}{5}} + \frac{3}{5} = -\frac{2}{5} \Leftrightarrow k\mathrm{e} = -1 \Leftrightarrow k = -\mathrm{e}^{-1}$. Ainsi, la solution à l'équation différentielle respectant la condition précisée est la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $F(x) = -\mathrm{e}^{-1} \times \mathrm{e}^{5x} + \frac{3}{5} = -\mathrm{e}^{5x-1} + \frac{3}{5}$.
2. $2y' - 3y = 2y - 3y' + 5 \Leftrightarrow 5y' = 5y + 5 \Leftrightarrow y' = y + 1$, on est donc dans le cas où $a = b = 1$. Donc les solutions de $2y' - 3y = 2y - 3y' + 5$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = k\mathrm{e}^{x} - 1$, où k est un réel. On détermine k tel que $F(0) = 1 \Leftrightarrow k\mathrm{e}^{0} - 1 = 1 \Leftrightarrow k = 2$. Ainsi, la solution à l'équation différentielle respectant la condition précisée est la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $F(x) = 2\mathrm{e}^{x} - 1$.
3. $3y' - 3y = 2y' - 2y + \mathrm{e}^2 \Leftrightarrow y' = y + \mathrm{e}^2$, on est donc dans le cas où $a = 1$ et $b = \mathrm{e}^2$. Donc les solutions de $3y' - 3y = 2y' - 2y + \mathrm{e}^2$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = k\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^2$, où k est un réel. On détermine k tel que $F(2) = 2\mathrm{e}^2 \Leftrightarrow k\mathrm{e}^2 - \mathrm{e}^2 = 2\mathrm{e}^2 \Leftrightarrow k\mathrm{e}^2 = 3\mathrm{e}^2 \Leftrightarrow k = 3$. Ainsi, la solution à l'équation différentielle respectant la condition précisée est la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $F(x) = 3\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^2$.