

Corrigé exercice 21 :

Dans tous les cas, les ensembles de définition des fonctions suivantes sont centrés en 0. Autrement dit, pour tout réel x appartenant à l'ensemble de définition, son opposé $-x$ appartient également à cet ensemble de définition. Il est donc possible de se demander dans ce cas si les fonctions proposées sont éventuellement paires ou impaires.

La fonction a est paire et impaire car, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $a(x) = 0 = -a(x) = a(-x)$.

La fonction b n'est ni paire, ni impaire car, par exemple, $b(1) = 0$ et $b(-1) = 2$.

La fonction c est paire car, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $c(-x) = x^2 = c(x)$.

La fonction d est impaire car, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $d(-x) = -x^3 = -d(x)$.

La fonction e est paire car, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e(-x) = |-x| = |x| = e(x)$.

La fonction f est impaire car, pour tout $x \neq 0$, $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$.

Corrigé exercice 26 :

La fonction cosinus étant paire et la fonction sinus impaire, on a, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x) - (-\sin x) + \cos(x) - \cos(x) = 2\sin(x)$. Ainsi f a la même parité et la même périodicité que la fonction sinus : f est impaire et 2π -périodique.

Corrigé exercice 27 :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \sin(\cos(-x)) = \sin(\cos x) = f(x)$ donc f est paire.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(-x) = \cos(\sin(-x)) = \cos(-\sin(x)) = \cos(\sin x) = g(x)$ donc g est paire.

Corrigé exercice 28 :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \sin((-x)^3) = \sin(-x^3) = -\sin(x^3) = -f(x)$ donc f est une fonction impaire.