Corrigé exercice 35 :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(2x) \geqslant -1$ et $\sin\left(\frac{x}{2}\right) \geqslant -1$ d'où, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(2x) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) \geqslant -2$. Ainsi l'équation $\cos(2x) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) = -3$ ne peut pas admettre de solution dans $\mathbb{R}$.

Corrigé exercice 36 :

π est une solution de cette équation car $\cos(2\pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + 1 = 2$.

Corrigé exercice 37 :

1. On construit le tableau de signes suivant.

x	$-\pi$		$-\frac{3\pi}{4}$		$-\frac{\pi}{4}$		0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$		π
$\cos(2x)$		$+$	0	$-$	0		$+$		0	$-$	0	$+$	
$\sin x$				$-$			0			$+$			
$\cos(2x) \times \sin(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de $\cos(2x)\sin(x) > 0$ sur $[-\pi;\pi]$ est $\left]-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]0;\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{3\pi}{4};\pi\right[$.

2. On construit le tableau de signes suivant.

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin(2x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$\cos x$		$-$	0		$+$		0	$-$	
$\cos(x) \times \sin(2x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de $\cos(x)\sin(2x) < 0$ sur $[-\pi;\pi]$ est $\left]-\pi;-\frac{\pi}{2}\right[\cup \left]-\frac{\pi}{2};0\right[$.

Corrigé exercice 38 :

1. $\cos(x)\sin(x) = 0$ si, et seulement si, $\cos(x) = 0$ ou $\sin(x) = 0$ c'est-à-dire si, et seulement si, $x = k\frac{\pi}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \leqslant 1$ et $\sin(x) \leqslant 1$ donc $\cos(x)\sin(x) \leqslant 1$. Ainsi, l'équation $\cos(x)\sin(x) = 2$ n'admet pas de solution.
3. $\cos^2(x) = 1$ si, et seulement si, $\cos(x) = 1$ ou $\cos(x) = -1$ d'où $x = k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
4. $\sin^2(x) = 0{,}5$ si, et seulement si, $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ d'où $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.