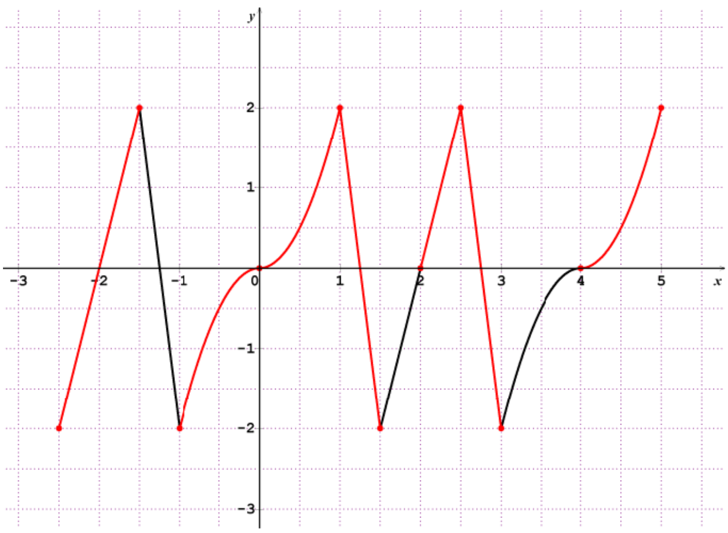
Corrigé exercice 59 :

1. Cette affirmation est fausse. On peut prendre comme contre-exemple la fonction $x \mapsto -x+1$.
2. Cette affirmation est fausse. La fonction $x \mapsto 0$ est paire et impaire.
3. Cette affirmation est fausse. On peut prendre comme contre-exemple la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{\cos(x)}$, est périodique mais n'est pas définie en $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$
4. Cette affirmation est fausse. On peut prendre comme contre-exemple la fonction $x \mapsto x^2-9$. Cette fonction est paire mais pas impaire.
5. Si f est paire ou impaire alors on a $f(-3)=f(3)$ ou $f(-3)=-f(3)$ et donc la fonction f est définie en 3 et en -3. Par contraposée, si la fonction est définie en 3 mais pas en -3, elle est ni paire, ni impaire.
6. Cette affirmation est vraie. En effet, on a bien, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
   $f(x)=f(x+3)=f(x+3+3)=f(x+6)$.
7. Cette affirmation est fausse.
   Prenons comme contre-exemple la fonction $f(x)=\cos\left(\dfrac{x\pi}{3}\right)$.

   $f(x+6)=\cos(\dfrac{(x+6)\pi}{3})=\cos(\dfrac{x\pi+6\pi}{3})=\cos(\dfrac{x\pi}{3}+2\pi)=\cos(\dfrac{x\pi}{3})=f(x)$
   Alors Cette fonction est 6-périodique mais pas 3-périodique.
8. Cette affirmation est fausse. On peut prendre comme contre-exemple la fonction inverse. En revanche, si une fonction impaire est définie en 0 alors forcément $f(0)=0$.
9. Cette affirmation est vraie. Si f est impaire alors l'étudier sur $[-1,5;0]$ permet aussi de connaître f sur $[0;1,5]$ par symétrie centrale et donc sur $[-1,5;1,5]$. L'intervalle est de longueur 3 donc comme f est 3-périodique, par répétition, cela permet de connaître la fonction sur $\mathbb{R}$ tout entier.
10. Cette affirmation est vraie. En effet $f(4)=f(1)=-f(-1)=-2$.

Corrigé exercice 60 :

1. Puisque f est impaire, sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère. Puisque f est périodique de période 4, alors sa courbe représentative est invariante par la translation de vecteur $4\vec{i}$. On obtient la figure ci-dessous.



2. La fonction étant périodique de période 4, on peut limiter l'étude sur $[-2;2]$. De plus, f étant impaire, on peut limiter son étude sur $[0;2]$. Sur cet intervalle, les solutions de cette équation sont

0, $1,25$ et 2. f étant impaire, les solutions sur $[-2;2]$ sont donc -2, $-1,25$, 0, $1,25$ et 2. Enfin, par périodicité, on en déduit que les solutions de cette équation sur $\mathbb{R}$ sont les nombres de la forme $-2+4k$, $-1,25+4k$, $4k$, $1,25+4k$ et $2+4k$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Corrigé exercice 61 :

1. $f(-4,5) = f(-4,5+4) = f(-0,5) = -0,5$, $f(-1,5) = -f(1,5) = -(1,5-2)^2 = -0,25$ et $f(7) = f(-1) = -1$.
2. Soit $x \in]1;2]$. On a $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} (x-2)^2 = 1$.

   Soit maintenant $x \in [0;1[$. On a $f(x) = -f(-x)$ avec $-x \in]-1;0]$, car f est impaire, donc $f(x) = x$. D'où $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} x = 1$. Ainsi $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = f(1)$ et donc f est continue en 1.
3. Par parité et par périodicité de la fonction, on construit le tableau de variations ci-dessous.

x	-5		-3		-1		1		3
f	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1