Corrigé exercice 81 :

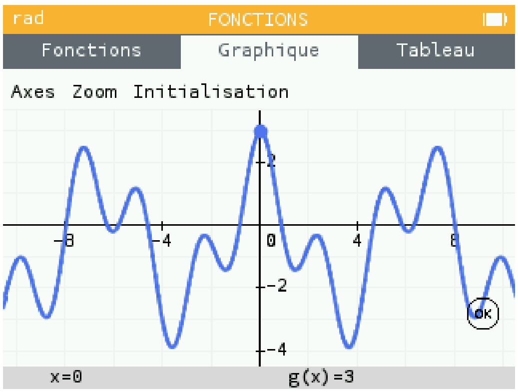
1. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -9\sin(3x+5)$.
2. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -10\cos(3+5x)$.
3. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -3\sin(5x-3) - 3\cos\left(\dfrac{-3x}{4}+1\right)$.
4. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2\cos(x) - x^3\sin(x)$.

Corrigé exercice 82 :

1. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ et, pour tout $x \in D_{f'}$, $f'(x) = \cos x - x\sin x$.
2. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ et, pour tout $x \in D_{f'}$, $f'(x) = \sin x + x\cos x$.
3. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ et, pour tout $x \in D_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{-x\sin x - \cos x}{x^2}$.
4. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ et, pour tout $x \in D_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^2}$.
5. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ où $k \in \mathbb{Z}$ et, pour tout $x \in D_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{\cos x + x\sin x}{\cos^2 x}$.
6. $D_f = D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ où $k \in \mathbb{Z}$ et, pour tout $x \in D_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{\sin x - x\cos x}{\sin^2 x}$.

Corrigé exercice 99 :

On obtient les réponses suivantes à l'aide de la calculatrice.



1. $f(0) \neq -2$: l'affirmation de l'énoncé est fausse.
2. $f\left(\dfrac{\pi^2}{6}\right) = \dfrac{-5}{4}$: l'affirmation de l'énoncé est vraie.
3. La fonction f est paire.
4. La fonction f n'est pas périodique de période 2π : l'affirmation de l'énoncé est fausse.
5. L'équation $f(x) = 0$ admet 6 solutions sur $[-2\pi; 2\pi]$.
6. La fonction f n'admet pas de limite en $+\infty$.
7. $f'(0) = 0$.
8. $f'\left(\dfrac{\pi^2}{6}\right) \neq \dfrac{-12}{\pi}$: l'affirmation de l'énoncé est fausse.
9. Il s'agit bien de l'expression de la fonction f' : l'affirmation de l'énoncé est vraie.

Corrigé exercice 100 :

1. $f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(2x) = \dfrac{1}{2}$ soit $2x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $2x = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$. Cette équation a pour solution les nombres de la forme $\dfrac{\pi}{6} + k\pi$ ou $\dfrac{-\pi}{6} + k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
2. La fonction cosinus est 2π-périodique donc la fonction $x \mapsto \cos(2x)$ est π-périodique. Ainsi la fonction f admet pour plus petite période $T = \pi$.
3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = 2\cos(-2x) - 1 = 2\cos(2x) - 1 = f(x)$ puisque la fonction cosinus est paire. On en déduit que la fonction f est paire sur $\mathbb{R}$. De plus, la fonction f est, d'après la question précédente, π-périodique. Ainsi, on peut restreindre son étude sur $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$. Par parité, on connaît alors la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$ et, par périodicité, on obtient l'étude sur $\mathbb{R}$.
4. La fonction f est dérivable sur $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ et, pour tout $x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$, $f'(x) = -4\sin(2x)$. Or, si $0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ alors $0 \leqslant 2x \leqslant \pi$ donc $\sin(2x) \geqslant 0$ et ainsi $f'(x) \leqslant 0$.
5. D'après la question précédente, f est strictement décroissante sur $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$. Par parité, on en déduit que f est strictement croissante sur $\left[-\dfrac{-\pi}{2}; 0\right]$. Enfin, la π-périodicité de la fonction f nous permet d'étendre ces résultats sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$.

x	$-\pi$		$\frac{-\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
f	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1