

Corrigé exercice 73 :

1. Chaque année, 80 % des abonnés de l'année précédente renouvellent leur abonnement, le nombre d'abonnés de l'année précédente est donc multiplié par 0,8. De plus, il y a 450 nouvelles inscriptions. Ainsi, pour tout entier naturel n , on a $a_{n+1} = 0,8a_n + 450$.

2. [label=.]

$$\begin{aligned} \text{Pour tout entier naturel } n, \text{ on a } b_{n+1} &= a_{n+1} - 2250 \\ &= 0,8a_n + 450 - 2250 \\ &= 0,8a_n - 1800 \\ &= 0,8 \left(a_n - \frac{1800}{0,8} \right) \\ &= 0,8(a_n - 2250) \\ &= 0,8b_n. \end{aligned}$$

Ainsi, (b_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,8$ et de premier terme $b_0 = a_0 - 2250 = 1250$.

(b) Pour tout entier naturel n , on a alors $b_n = b_0 \times q^n = 1250 \times 0,8^n$.

(c) On a donc $a_n = b_n + 2250 = 1250 \times 0,8^n + 2250$.

3. Comme $-1 < 0,8 < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$.

D'où, par produit, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1250 \times 0,8^n = 0$.

Ainsi, par somme, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1250 \times 0,8^n + 2250 = 2250$. Sur le long terme, on peut donc supposer que le nombre d'inscriptions va se stabiliser autour de 2250.