Corrigé exercice 21 :

1. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x)=x+\dfrac{1}{x}$ et $v(x)=\sqrt{x}$. La fonction u est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ et la fonction v est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. Or, pour tout $x\in]0;+\infty[$, $u(x)>0$ donc $\mathcal{D}_{f'}=]0;+\infty[$.

   f est de la forme $f=v\circ u$ donc $f'=u'\times v'\circ u$ avec $u'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ et $v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

   D'où, pour tout $x\in\mathcal{D}_{f'}$, $f'(x)=\dfrac{\dfrac{x^2-1}{x^2}}{2\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}}=\dfrac{x^2-1}{2x^2\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}}$.

2. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x)=x^2-3x+5$ et $v(x)=\sqrt{x}$. La fonction f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et la fonction v est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. Donc la fonction f est définie et dérivable lorsque $u(x)>0$. On étudie donc le signe de ce trinôme. Le discriminant de x^2-3x+5 vaut $\Delta=(-3)^2-4\times 5=-11<0$ donc la fonction u ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$. Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $u(x)>0$. Et donc $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$.

   f est de la forme $f=v\circ u$ donc $f'=u'\times v'\circ u$ avec $u'(x)=2x-3$ et $v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. D'où, pour tout $x\in\mathcal{D}_{f'}$, $f'(x)=\dfrac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+5}}$.

Corrigé exercice 23 :

1. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x)=x^2-5x+4$ et $v(x)=\mathrm{e}^x$. Les fonctions u et v sont dérivables sur $\mathbb{R}$ donc$\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$.
   f est de la forme $f=v\circ u$ donc $f'=u'\times v'\circ u$ avec $u'(x)=2x-5$ et $v'(x)=\mathrm{e}^x$. D'où, pour tout $x\in\mathcal{D}_{f'}$, $f'(x)=(2x-5)\mathrm{e}^{x^2-5x+4}$.

2. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x)=x+\dfrac{1}{x}$ et $v(x)=\mathrm{e}^x$. La fonction $u(x)$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$. La fonction v est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Donc $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}^*$.

   f est de la forme $f=v\circ u$ donc $f'=u'\times v'\circ u$ avec $u'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ et $v'(x)=\mathrm{e}^x$. D'où, pour tout $x\in\mathcal{D}_{f'}$, $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}\mathrm{e}^{x+\dfrac{1}{x}}$.

Corrigé exercice 24 :

1. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x)=\dfrac{x+2}{x-7}$ et $v(x)=\mathrm{e}^x$.
   La fonction u est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{7\}$.
   La fonction v est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}\setminus\{7\}$.
   f est de la forme $f=v\circ u$ donc $f'=u'\times v'\circ u$ avec :
   $u'(x)=\dfrac{1\times(x-7)-1\times(x+2)}{(x-7)^2}=\dfrac{-9}{(x-7)^2}$ et $v'(x)=\mathrm{e}^x$.
   D'où, pour tout $x\in\mathcal{D}_{f'}$, $f'(x)=\dfrac{-9}{(x-7)^2}\mathrm{e}^{\frac{x+2}{x-7}}$.

2. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x)=\sqrt{x}$ et $v(x)=\mathrm{e}^x$. La fonction u est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. La fonction v est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où $\mathcal{D}_{f'}=]0;+\infty[$.

f est de la forme $f = v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v'(x) = \mathrm{e}^x$. D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$.

Corrigé exercice 25 :

1. f est la composée des fonctions u et v par $u(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ et $v(x) = x^5$. Les fonctions u et v sont définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ donc f aussi. f est de la forme $f = v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = 3x^2+4x+3$ et $v'(x) = 5x^4$. D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = 5(3x^2+4x+3)(x^3+2x^2+3x+4)^4$.
2. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = x^3 + \dfrac{1}{x} + \sqrt{x}$ et $v(x) = x^6$. La fonction u est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. La fonction v est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. Donc $\mathcal{D}_{f'} =]0;+\infty[$. f est de la forme $f = v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = 3x^2 - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v'(x) = 6x^5$.

   D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = 6\left(3x^2 - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(x^3 + \dfrac{1}{x} + \sqrt{x}\right)^5$.

Corrigé exercice 26 :

1. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = \dfrac{x-4}{x+3}$ et $v(x) = x^4$.
   La fonction u est définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
   La fonction v est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Donc $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
   f est de la forme $f = v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec :
   $u'(x) = \dfrac{1 \times (x+3) - 1 \times (x-4)}{(x+3)^2} = \dfrac{7}{(x+3)^2}$ et $v'(x) = 4x^3$.
   D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{28}{(x+3)^2}\left(\dfrac{x-4}{x+3}\right)^3$.
2. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = \sqrt{3x+5}$ et $v(x) = x^3$. La fonction u est définie et dérivable sur $\left]-\frac{5}{3};+\infty\right[$. La fonction v est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Donc $\mathcal{D}_{f'} = \left]-\frac{5}{3};+\infty\right[$. $f = v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+5}}$ et $v'(x) = 3x^2$. D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{9}{2\sqrt{3x+5}}\left(\sqrt{3x+5}\right)^2 = \dfrac{9\sqrt{3x+5}}{2}$.