Corrigé exercice 43 :

1. $f(x) = \left(\dfrac{7x-8}{9-2x}\right)^3$ définie sur $I = \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{9}{2}\right\}$. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = \dfrac{7x-8}{9-2x}$ et $v(x) = x^3$. La fonction u est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{9}{2}\right\}$ et v est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{9}{2}\right\}$.

   f est de la forme $f = v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = \dfrac{7(9-2x)+2(7x-8)}{(9-2x)^2} = \dfrac{47}{(9-2x)^2}$ et $v'(x) = 3x^2$.

   D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = 3 \times \dfrac{47}{(9-2x)^2} \times \left(\dfrac{7x-8}{9-2x}\right)^2 = \dfrac{141(7x-8)^2}{(9-2x)^4}$.

2. $f(x) = \left(\dfrac{-x^2+4x+6}{x^2-1}\right)^4$ définie sur $I = \mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$.$f$ est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = \dfrac{-x^2+4x+6}{x^2-1}$ et $v(x) = x^4$. La fonction u est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ et la fonction v est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$.
   f est de la forme $v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec

$$\begin{aligned} u'(x) &= \frac{(-2x+4)(x^2-1) - 2x(-x^2+4x+6)}{(x^2-1)^2} \\ &= \frac{-2x^3+2x+4x^2-4-2x^3-8x^2-12}{(x^2-1)^2} \\ &= \frac{-4x^2-10x-4}{(x^2-1)^2} \\ &= \frac{-2(2x^2+5x+2)}{(x^2-1)^2} \end{aligned}$$

   et $v'(x) = 4x^3$.
   D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$,

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \times \frac{-2(2x^2+5x+2)}{(x^2-1)^2} \times \left(\frac{-x^2+4x+6}{x^2-1}\right)^3 \\ &= \frac{-8(2x^2+5x+2)(-x^2+4x+6)^3}{(x^2-1)^5} \end{aligned}$$

Corrigé exercice 45 :

1. $f(x) = \sqrt{\dfrac{2x+4}{5-x}}$ définie sur $I = [-2;5[$. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = \dfrac{2x+4}{5-x}$ et $v(x) = \sqrt{x}$. La fonction u est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{5\}$ et positive sur I. La fonction v est dérivable sur $]0;+\infty[$ donc $\mathcal{D}_{f'} =]-2;5[$. f est de la forme $v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = \dfrac{2(5-x)-(-1)(2x+4)}{(5-x)^2} = \dfrac{14}{(5-x)^2}$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

   D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{14}{(5-x)^2} \times \dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{2x+4}{5-x}}} = \dfrac{7\sqrt{5-x}}{(5-x)^2\sqrt{2x+4}}$.

2. $f(x) = \sqrt{\mathrm{e}^x(x^2 - 4x + 15)}$ définie sur $I = \mathbb{R}$. f est la composée des fonctions u et v définies par $u(x) = \mathrm{e}^x(x^2 - 4x + 15)$ et $v(x) = \sqrt{x}$. La fonction u est dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}$ et la fonction v est dérivable sur $]0; +\infty[$ donc $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$. f est de la forme $v \circ u$ donc $f' = u' \times v' \circ u$ avec $u'(x) = \mathrm{e}^x(x^2 - 4x + 15) + \mathrm{e}^x(2x - 4) = \mathrm{e}^x(x^2 - 2x + 11)$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

   D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_{f'}$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x(x^2 - 2x + 11)}{2\sqrt{\mathrm{e}^x(x^2 - 4x + 15)}}$.