Corrigé exercice 75 :

1. f est un polynôme donc est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = x^3 - 3x^2 + 10x$. De même, f' est un polynôme donc est dérivable sur $\mathbb{R}$. Et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f''(x) = 3x^2 - 6x + 10$.
2. Le discriminant de ce trinôme vaut $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 10 = -84$.
   $\Delta < 0$, donc le trinôme est toujours positif sur $\mathbb{R}$.
3. La fonction f est donc convexe sur $\mathbb{R}$ et elle n'admet pas de points d'inflexion.

Corrigé exercice 76 :

1. g est le produit des fonctions u et v définies par $u(x) = 5 - x^2$ et $v(x) = \sqrt{x}$ et dérivables sur $]0; +\infty[$ donc g est dérivable sur $]0; +\infty[$. Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{-5(x^2 - 1)}{2\sqrt{x}}$.
   g' est le quotient des fonctions p et q définies par $p(x) = -5(x^2 - 1)$ et $q(x) = 2\sqrt{x}$ et dérivables sur $]0; +\infty[$ donc g'' est dérivable sur $]0; +\infty[$. Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $g''(x) = \dfrac{-15x^2 - 5}{2x\sqrt{x}}$.
2. Comme $g''(x)$ est définie sur $]0; +\infty[$, $2x\sqrt{x} > 0$. Donc $g''(x)$ est du signe de $-15x^2 - 5 = -5(3x^2 + 1)$ qui est négatif sur $]0; +\infty[$. En conclusion, g'' est négative sur cet intervalle.
3. Donc g est concave sur $]0; +\infty[$.

Corrigé exercice 77 :

1. h est le produit de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ donc est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = -2x\mathrm{e}^x + (2 - x^2)\mathrm{e}^x = (2 - 2x - x^2)\mathrm{e}^x$.
   h' est le produit de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ donc est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h''(x) = (-x^2 - 4x)\mathrm{e}^x = -x(x + 4)\mathrm{e}^x$.
2. Comme $\mathrm{e}^x > 0$, $h''(x)$ est du signe de $-x(x + 4)$. Donc h est concave sur $] - \infty; -4]$, puis convexe sur $[-4; 0]$ et concave sur $[0; +\infty[$. Les abscisses de ses points d'inflexion sont -4 et 0.