Corrigé exercice 94 :

1. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u}$, vecteur directeur de la droite d, a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2\\-6\\8\end{pmatrix}$. Ainsi, $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{u}$ donc d et (AB) sont parallèles.
L'affirmation est vraie.

2. $\overrightarrow{v}$, vecteur directeur de la droite d', a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\-3\\6\end{pmatrix}$. De plus, on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$. d' est parallèle au plan (ABC) si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires, c'est-à-dire si, et seulement si, il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{v}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow$ $\begin{cases}a+b=1\\-3a-3b=-3\\4a+2b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$. $\overrightarrow{v}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ où $\overrightarrow{v}$ est un vecteur directeur de la droite d' donc d' est parallèle au plan (ABC).
L'affirmation est vraie.

3. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{CD}\neq\overrightarrow{AB}$ donc D n'est pas l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
L'affirmation est fausse.

4. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}2\\-3\\2\end{pmatrix}$. $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$ est un repère de l'espace si, et seulement si, $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$ est une base de l'espace c'est-à-dire si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont linéairement indépendants soit si, et seulement si, $a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\\c=0\end{cases}$.

   On a :

$$\begin{aligned}a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{0}&\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+2c=0\\-3a-3b-3c=0\\4a+2b+2c=0\end{cases}\\&\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+2c=0\\3c=0\\4a+2b+2c=0\end{cases}\\&\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\c=0\\b=0\end{cases}\end{aligned}$$

   $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$ est donc bien un repère de l'espace.
   L'affirmation est vraie.

5. D'après la première question, les droites (AB) et d sont parallèles. Elles sont donc coplanaires. L'affirmation est vraie.