Corrigé exercice 64 :

1. Cela signifie que les événements « Le feux est vert » sont indépendants.
2. L'arrivée à un passage piéton est une épreuve de Bernoulli de succès S « Le feu est vert » et de paramètre $p = 0{,}4$. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de feux verts rencontrés.

   Y donne le nombre de succès lors de la répétition de $n = 4$ épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. Donc Y suit une loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0{,}4$.

   On obtient $P(Y = 4) = 0{,}4^4 = 0{,}0256$.

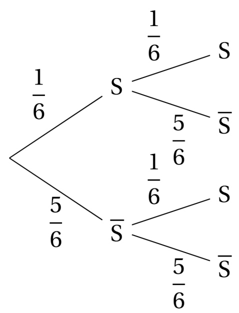
   La probabilité d'avoir tous les feux au vert vaut donc 0,0256.
3. En utilisant les formules, on obtient $P(X = 1) = \binom{4}{1} \times 0{,}4^1 \times 0{,}6^3 = 0{,}3456$ et $P(X = 2) = \binom{4}{2} \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^2 = 0{,}3456$.

   Les deux événements ont donc la même probabilité de survenir.

Corrigé exercice 65 :

1. Chaque lancer de dé est une épreuve de Bernoulli de succès « Le résultat est un 5 ou un 6 » et de paramètre $p = \frac{1}{3}$. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès lors de la répétition des $n = 5$ épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$. D'après l'énoncé, « l'elfe terrasse le troll » correspond à l'événement $\{X \geqslant 3\}$, dont la probabilité (qui peut être calculée à la calculatrice) est $P(X \geqslant 3) \approx 0{,}210$.
2. Pour cette question, on peut :
   — utiliser une loi binomiale de paramètres $n = 2$ et $p = \frac{1}{6}$, puis calculer la probabilité d'avoir au moins un succès ;
   — utiliser directement un arbre pondéré et calculer la probabilité de l'événement recherché.

   Soit S le succès d'un lancer de dé, c'est-à-dire « Le résultat est 6 ». On obtient l'arbre suivant.



   Il existe trois chemins menant à au moins un succès. La probabilité de neutraliser le troll en utilisant une attaque spéciale est donc de $\frac{11}{36} \approx 0{,}306$.
3. L'attaque spéciale est donc plus avantageuse que l'attaque standard.

Corrigé exercice 66 :

1. Soient X la variable aléatoire donnant le nombre d'as tirés et G le gain algébrique de Tatiana. Chaque tirage de carte est une épreuve de Bernoulli de succès S « La carte tirée est un as » et de paramètre $p = \frac{1}{8}$. X compte le nombre de succès lors de la répétition de $n = 4$ épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes donc X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ de paramètres $n = 4$ et $p = \frac{1}{8}$. On en déduit la loi de probabilité de G.

g_i	-5	5	45
$P(G = g_i)$	0,5862	0,4136	0,0002

   L'espérance de G est donc $E(G) \approx -5 \times 0{,}5862 + 5 \times 0{,}4136 + 45 \times 2 \times 10^{-4} \approx -0{,}85$. Comme cette espérance est strictement négative, ce jeu n'est pas équitable et est en défaveur de Tatiana.

2. Dans le cas général, la loi de probabilité de G est la suivante.

g_i	-5	5	$m-5$
$P(G=g_i)$	0,5862	0,4136	0,0002

L'espérance de G vaut alors $E(G) = -0{,}864 + 0{,}0002m$. Ce résultat devient strictement positif si $m > 4320$. Le jeu devient donc favorable à Tatiana si $m > 4320$.