Corrigé exercice 110 :

1. (a) Si l'on cherche l'intersection de la droite et de la sphère, alors les coordonnées doivent vérifier à la fois la représentation paramétrique de la droite et l'équation de la sphère.

   Si on injecte les coordonnées de la représentation paramétrique dans l'équation de la sphère, on obtient $(2t+5-1)^2+(-t-2-2)^2+(3t+5+3)^2 = 81$ donc $4t^2+16t+16+t^2+8t+16+9t^2+48t+64 = 81$ et donc $14t^2 + 72t + 15 = 0$.

   (b) Il faut résoudre une équation du second degré dont le déterminant vaut $\Delta = 72^2 - 4 \times 14 \times 15 = 4344$. Il y a donc deux solutions t_1 et t_2 dont les valeurs sont $t_1 = \dfrac{-72-\sqrt{4344}}{28}$ et $t_2 = \dfrac{-72+\sqrt{4344}}{28}$.

   En injectant ces valeurs dans la représentation paramétrique on obtient les points $A(-4{,}85; 2{,}93; -9{,}78)$ et $B(4{,}56; -1{,}78; 4{,}35)$.

2. Une représentation paramétrique de cette droite est $\begin{cases} x = t+6 \\ y = t+6 \\ z = t+4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

   Si on injecte dans l'équation de la sphère on a $(t+5)^2+(t+4)^2+(t+7)^2 = 81$ et donc $3t^2+32t+9 = 0$, on a $\Delta = 32^2 - 4 \times 3 \times 9 = 916$. On a donc deux solutions qui sont $t_1 = \dfrac{-32-\sqrt{916}}{6}$ et $t_2 = \dfrac{-32+\sqrt{916}}{6}$.

   On a alors $C(-4.38; -4.38; -6.38)$ et $D(5.71; 5.71; 3.71)$.