Corrigé exercice 38 :

Si la droite est orthogonale au plan $\mathcal{L}$, alors elle admet comme vecteur directeur un vecteur normal du plan. Comme $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$ est normal au plan et puisque G appartient à cette droite, on en déduit la représentation paramétrique de la droite suivante $\begin{cases}x=t+3\\y=2t+3\\z=-2t+3\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Le projeté orthogonal de G sur $\mathcal{L}$ se trouve à l'intersection de la droite et du plan (puisque la droite est orthogonale au plan).

Ses coordonnées vérifient donc $\begin{cases}x=t+3\\y=2t+3\\z=-2t+3\\x+2y-2z+15=0\end{cases}$.

En injectant les trois premières équations dans la quatrième, on obtient $t+3+2(2t+3)-2(-2t+3)+15=0$. On obtient alors $9t=-18$, d'où $t=-2$.

Ainsi, on a $\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=7\\t=-2\end{cases}$.

Le projeté orthogonal de G sur $\mathcal{L}$ a donc pour coordonnées $(1;-1;7)$.

Corrigé exercice 39 :

1. La droite orthogonale à $\mathcal{R}$ et passant par S admet pour représentation paramétrique $\begin{cases}x=2t+1\\y=-t-1\\z=0\end{cases},t\in\mathbb{R}$.
   On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique dans l'équation du plan et on obtient : $2\times(2t+1)-(-t-1)-16=0\Leftrightarrow 5t-13=0$, d'où $t=\dfrac{13}{5}$.
   Les coordonnées du projeté orthogonal de S sur le plan $\mathcal{R}$ sont donc $H\left(\dfrac{31}{5};-\dfrac{18}{5};0\right)$.
2. La droite orthogonale à $\mathcal{R}$ et passant par S a pour représentation paramétrique $\begin{cases}x=t+2\\y=t+1\\z=t+3\end{cases},t\in\mathbb{R}$. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique dans l'équation du plan et on obtient $t+2+t+1+t+3=0\Leftrightarrow 3t+6=0$, d'où $t=-2$.
   Les coordonnées du projeté orthogonal de S sur le plan $\mathcal{R}$ sont donc $H\,(0;-1;1)$.

Corrigé exercice 40 :

1. Si le plan est orthogonal à la droite d, cela veut dire qu'un vecteur directeur de la droite est normal au plan. Ici, $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d, on en déduit qu'une équation du plan est du type $2x+y-2z+d=0$. Comme le plan passe par S, on a $2+1-2+d=0$, d'où $d=-1$. Donc une équation du plan est $2x+y-2z-1=0$.

2. On injecte la représentation paramétrique dans l'équation du plan et on a :
   $2\times(2t+1)+(t-3)-2\times(-2t+4)-1=0$, soit $9t-10=0$ et donc $t=\dfrac{10}{9}$.
   Si on note H ce point d'intersection, on a alors $H\left(\dfrac{29}{9};-\dfrac{17}{9};\dfrac{16}{9}\right)$.
3. Comme les points S et H appartiennent au plan orthogonal à la droite d passant par S, la droite (SH) est perpendiculaire à d. On en déduit que H est le projeté orthogonal de S sur d.

Corrigé exercice 42 :

D'après la formule du cours, la distance d vaut $d=\dfrac{|-3\times4-9+1|}{\sqrt{(-3)^2+1}}=\dfrac{20}{\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$.

Corrigé exercice 43 :

D'après la formule du cours, la distance d vaut $d=\dfrac{|1-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=1$.