

## Chap 2

### Exercice 1

1)  $5x^2 - 7xy = 17$  les diviseurs entiers naturels de 17  
 $\Leftrightarrow x(5x - 7y) = 17$  ont 1 et 17

$$\begin{cases} x = 1 \\ 5x - 7y = 17 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ 5x - 7y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ 7y = 5 \times 1 - 17 \notin \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ 7y = 5 \times 17 - 1 = 84 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x = 17 \\ y = 12 \end{array} \right\}$$

le couple  $(17, 12)$  est solution

2. a)  $2n+1$  divise  $6n+12$  donc  $2n+1$   
 $2n+1$  divise  $2n+1$  divise  $6n+12 - 3(2n+1)$   
 $= 6n+12 - 6n-3 = 9$

donc  $2n+1$  divise 9

$$D_9 = \{-9, -3, -1, 1, 3, 9\}$$

c)  $2n+1 = -9 \Rightarrow n = -5$  Ces valeurs de  $n$  sont telles  
 $2n+1 = -3 \Rightarrow n = -2$  que  $\frac{6n+12}{2n+1} \in \mathbb{Z}$ .  
 $2n+1 = -1 \Rightarrow n = -1$   
 $2n+1 = 1 \Rightarrow n = 0$   
 $2n+1 = 3 \Rightarrow n = 1$   
 $2n+1 = 9 \Rightarrow n = 4$

Ex 2

$$3x - 5y = 2 \quad (E)$$

1)  $(x, y)$  solution de E alors

$$3x - 5y = 2 \quad [5]$$

$$\Leftrightarrow 3x \equiv 2 + 5y \quad [5]$$

$$\Leftrightarrow 3x \equiv 2 \quad [5]$$

$$2) \begin{array}{l|cccc} x \equiv [5] & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 3x \equiv [5] & 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{array}$$

$$3x \equiv 2 \quad [5] \Rightarrow x \equiv 4 \quad [5]$$

$\Rightarrow$  il existe  $k \in \mathbb{Z}$  tq  $x = 5k + 4$

3.  $x = 5k + 4$  sol<sup>s</sup> de E

$$3x - 5y = 2 \Leftrightarrow 3(5k + 4) - 5y = 2$$

$$\Leftrightarrow 15k + 12 - 5y = 2$$

$$\Leftrightarrow 5y = 15k + 10$$

$$\Leftrightarrow y = 3k + 2$$

$$S = \{ (5k + 4; 3k + 2); k \in \mathbb{Z} \}$$

Exo 3

$$1) 7 \equiv -2 \quad [9]$$

$$7^n \equiv (-2)^n \quad [9]$$

$$\begin{array}{l|cccccccc} n \equiv [9] & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline (-2)^n \equiv & 1 & 7 & 4 & 1 & 7 & 4 & 1 & 7 & 4 \end{array}$$

les restes de  $7^n$  par la division par 9  
sont 1, 7, 4

$$1. 2023 = 3 \times 674 + 1$$

$$3. 2023 \equiv 7 [9]$$

$$\begin{aligned} 2023 &\equiv 7 [9] \\ &\equiv 7^{3 \times 674 + 1} [9] = (7^3)^{674} \times 7 [9] \\ &\equiv 1 \times 7 [9] = 7 [9] \end{aligned}$$

Ex 4

$$S = 0a_1 + 2a_2 + 3a_4 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_8 + 7a_7 + 8a_8 + 9a_9$$

$$S = 2 + 4 + 3 + 32 + 35 + 12 + 0 + 8 + 72$$

$$= 168 \equiv 3 [17]$$

le clé est 3.

2 a)

$$978201786621$$

$$I = 9 + 8 + 0 + 7 + 6 + 2 = 32$$

$$J = 7 + 2 + 1 + 8 + 6 + 1 = 25$$

$$I + 3J = 32 + 3 \times 25 = 107 \equiv 7 [16]$$

$$R \neq 0 \Rightarrow \text{clé} = 16 - R = 9$$

b) 978-2-08-716621 donne le  $\bar{m}$  clé.