

Chap 2 - Divisibilité, division euclidienne, congruence

Maths expertes

EXERCICE 1

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. Déterminer les couples d'entiers naturels (x,y) tels que $5x^2 - 7xy = 17$.
2. Soit n un entier entier.
 - (a) Montrer que $2n + 1$ divise $6n + 12$ si et seulement si $2n + 1$ divise 9.
 - (b) Donner l'ensemble des diviseurs entiers de 9.
 - (c) En déduire les valeurs de n telles que $\frac{6n + 12}{2n + 1}$ est entière

EXERCICE 2

On considère l'équation (E) : $3x - 5y = 2$ où les inconnues x et y sont des nombres relatifs.

1. Démontrer que si (x,y) est solution de l'équation (E) alors $3x \equiv 2 \pmod{5}$
2. A l'aide d'un tableau de congruences, montrer que $x = 5k + 4$ avec k entier relatif.
3. En déduire les couples solutions de (E).

EXERCICE 3

1. Quels sont les restes de la division euclidienne de 7^n par 9, en fonction des valeurs de n .
2. Ecrire la division euclidienne de 2023 par 3.
3. En déduire que $2023^{2023} \equiv \dots \pmod{9}$

EXERCICE 4

Code ISBN

1. Avant janvier 2007, toutes les publications étaient identifiées par un numéro appelé ISBN à 9 chiffres $a_1a_2\dots a_9$ suivi d'une clé comportant un seul caractère. Ce numéro ISBN indique la langue de la publication, l'éditeur et le numéro de l'ouvrage dans le registre de l'éditeur.

La clé est égale au reste modulo 11 de la somme $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 + 7a_7 + 8a_8 + 9a_9$.
Calculer la clé d'un livre portant le numéro ISBN : 2-218-72018.

2. (a) A partir de janvier 2007, le numéro ISBN est passé à 12 chiffres en rajoutant 978 ou 979 devant le numéro à 9 chiffres. Le calcul de la clé (13ième chiffre) a alors changé de la façon suivante :
On calcule la somme I des termes de rang impair et la somme P des termes de rang pair.
On calcule le reste R modulo 10 de la somme $I+3P$.
Si ce reste est 0, c'est la clé, sinon la clé est $10-R$. Le manuel de maths expertes de la collection BARBAZO d'où est pris l'exercice est 978-2-01-786621 . Vérifier que la clé est 3.
- (b) En recopiant les 12 premiers chiffres d'un code ISBN, un éditeur a interverti deux chiffres du code. En utilisant le code du BARBAZO, donner un exemple où cette erreur peut ne pas être détectée.